

**Государственная (итоговая) аттестация по образовательным  
программам основного общего образования по АЛГЕБРЕ**

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов для проведения  
государственного экзамена в 2023 году по АЛГЕБРЕ**

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по алгебре.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников организаций образования для проведения государственной (итоговой) аттестации по алгебре.

К каждому заданию приведены варианты решения.

Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений.

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий, соответствующих проверке на базовом и повышенном уровнях сложности.

В части 1 — 11 заданий (1– 11) с кратким ответом; в части 2 — 4 задания (12 – 15) с развернутым ответом.

Всего в работе 15 заданий, из которых 11 заданий базового уровня, 3 задания повышенного уровня и 1 задание высокого уровня сложности.

На выполнение экзаменационной работы по алгебре отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Правильное решение каждого из заданий 1- 11 оценивается одним баллом.

Правильное решение каждого из заданий 12, 13, 14 - 2 баллами, задания 15 – 3 баллами.

Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 20 баллов.

Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме минимальное количество баллов, устанавливаемое ежегодно специальной Комиссией Министерства просвещения ПМР.

Задание с кратким ответом (1 - 11) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа, числа или последовательности

цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задания 12–15 с развёрнутым ответом, в числе которых три задания повышенного и одно задание высокого уровня сложности. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Все бланки регистрации и ответов заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет один корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии ( $b_n$ ), первый член которой равен  $b_1$  и знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$$

**Таблица квадратов двузначных чисел**

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## Часть 1

**Ответами к заданиям 1–11 являются цифра, число или последовательность цифр. Ответ следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**1. Действия с обыкновенными и десятичными дробями. Степени.**

Найдите значение выражения  $9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 19 \cdot \frac{1}{9}$ .

*Решение.*

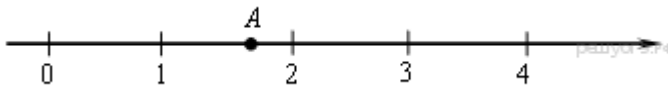
Вынесем общий множитель за скобки:

$$9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 19 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \left(9 \cdot \frac{1}{9} - 19\right) = \frac{1}{9} \cdot (-18) = -2.$$

Ответ:  $-2$ .

**2. Числовые неравенства, координатная прямая.**

Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой А?



В ответе укажите номер правильного варианта.

1)  $\sqrt{2}$

2)  $\sqrt{3}$

3)  $\sqrt{7}$

4)  $\sqrt{11}$

*Решение.*

Возведём в квадрат числа  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$ :

$$\sqrt{2}^2 = 2, \quad \sqrt{3}^2 = 3, \quad \sqrt{7}^2 = 7, \quad \sqrt{11}^2 = 11.$$

Число  $A^2$  лежит между числами  $1^2 = 1$  и  $2^2 = 4$  и ближе к числу  $2^2$ .

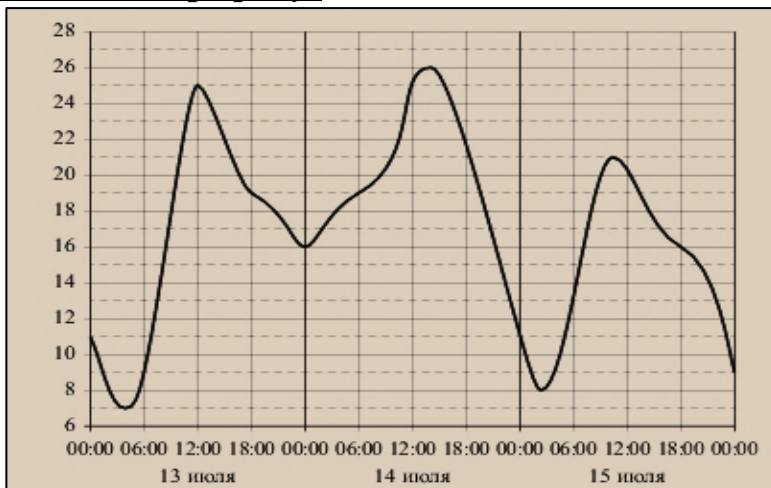
Поэтому точкой А отмечено число  $\sqrt{3}$ .

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2.

**3. Определение и вычисление величин по графику.**

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку **разность** между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



*Решение.*

Из графика видно, что 15 июля наибольшая температура составляла 21 °С, а наименьшая 8 °С. Их разность составляет 13 °С.

Ответ: 13.

**4. Решение уравнений и их систем.**

Решите систему уравнений

**В ответ запишите  $x + y$ .**

*Решение.*

Разделим обе части первого уравнения на 2 и решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 4x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Искомая сумма равна 3,5.

Ответ: 3,5.

**5. Простейшие задачи на проценты.**

Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

*Решение.*

За 60 тетрадей покупатель заплатил бы  $60 \cdot 24 = 1440$  рублей. Скидка составит 10%, т. е. 144 рубля. Значит, покупатель заплатит  $1440 - 144 = 1296$  рублей.

Ответ: 1296.

**6. Начала теории вероятностей.**

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

*Решение.*

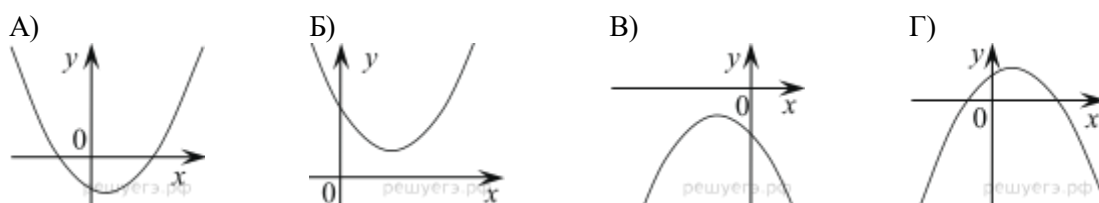
Всего спортсменов  $11 + 6 + 3 = 20$  человек. Поэтому вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России равна  $\frac{11}{20} = 0,55$ .

Ответ: 0,55.

### 7. Графики функций.

На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Для каждого графика укажите соответствующие ему значения коэффициента  $a$  и дискриминанта  $D$ .

#### Графики



#### Знаки чисел

- 1)  $a > 0, D > 0$     2)  $a > 0, D < 0$     3)  $a < 0, D > 0$     4)  $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

*Решение.*

График функции  $y = ax^2 + bx + c$  — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если  $a > 0$  и вниз, если  $a < 0$ . При  $D > 0$  уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня, то есть график функции  $y = ax^2 + bx + c$  имеет два пересечения с осью абсцисс. Если  $D < 0$ , то корней нет, а соответственно график не пересекает ось абсцисс.

Таким образом, получаем ответ: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Ответ: 1243.

### 8. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Даны пятнадцать чисел, первое из которых равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найти пятнадцатое из данных чисел.

*Решение.*

Последовательность, описанная в условии, образует арифметическую прогрессию с первым членом, равным шести, и разностью 4. Пятнадцатый член данной прогрессии равен:  $a_{15} = a_1 + 14d = 6 + 4 \cdot 14 = 6 + 56 = 62$ .

Ответ: 62.

### 9. Вычисление алгебраических выражений

Упростите выражение  $(2 - c)^2 - c(c + 4)$ , найдите его значение при  $c = 0,5$ . В ответ запишите полученное число.

*Решение.*

Упростим выражение:

$$(2 - c)^2 - c(c + 4) = 4 - 4c + c^2 - c^2 - 4c = -8c + 4.$$

Найдём значение полученного выражения при  $c = 0,5$ :

$$-8 \cdot 0,5 + 4 = -4 + 4 = 0.$$

Ответ: 0.

### 10. Работа с формулами.

Длину окружности  $l$  можно вычислить по формуле  $l = 2\pi R$ , где  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус окружности, если её длина равна 78 м. (Считать  $\pi = 3$ ).

Решение.

Выразим радиус из формулы длины окружности:

$$R = \frac{l}{2\pi}$$

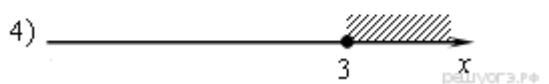
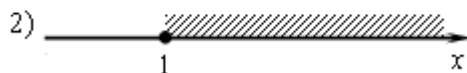
Подставляя, получаем:

$$R = \frac{l}{2\pi} = \frac{78}{6} = 13.$$

Ответ: 13.

### 11. Решение неравенств.

На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ ? В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим неравенство:  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ . Корнями уравнения  $x^2 - 4x + 3 = 0$  являются числа 1 и 3. Поэтому

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x \leq 1. \end{cases}$$

Множество решений неравенства изображено на рис. 1.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1.

## Часть II

Для записи решений и ответов на задания 12 - 15 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12,13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

### 12. Алгебраические выражения, уравнения и их системы.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x - 4)(y - 6) = 0, \\ \frac{y - 4}{x + y - 8} = 2. \end{cases}$$

*Решение.*

1 способ

Выразим одну переменную через другую из второго уравнения и подставим полученное выражение в первое уравнение

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ (y-4) = 2x + 2y - 16, \\ x+y-8 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(-2x+12-6) = 0, \\ y = -2x+12, \\ x+y-8 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases}$$

Заметим, что пара корней (4; 4) не является корнями уравнения, потому что при  $x = 4, y = 4$  знаменатель второго уравнения обращается в ноль.

2 способ

Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом имеет смысл.

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ y-6 = 0 \end{cases}, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y-6 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{4+y-8} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6, \\ \frac{6-4}{x+6-8} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{y-4} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6, \\ \frac{2}{x-2} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x-2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 6).

### 13. Текстовые задачи.

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

*Решение.*

Пусть вторая труба пропускает  $x$  литров воды в минуту,  $x > 2$ , тогда первая труба пропускает  $x - 2$  литра в минуту.

Составим таблицу по данным задачи:



	Производительность(л/мин)	Время (мин)	Объём работ (л)
Первая труба	$x - 2$	$\frac{136}{x - 2}$	136
Вторая труба	$x$	$\frac{130}{x}$	130

Так как вторая труба заполнила резервуар на 4 минуты быстрее, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x - 2} - \frac{130}{x} = 4$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x + 13)(x - 10)}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 13 = 0, \\ x - 10 = 0, \\ x(x - 2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6,5, \\ x = 10, \\ x(x - 2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6,5, \\ x = 10. \end{cases}$$

Отбрасывая постороннее решение  $-6,5$ , получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10 литров.

#### 14. Неравенства и их системы.

Решите неравенство  $(4x - 6)^2 \geq (6x - 4)^2$ .

Решение.

Последовательно получаем:

$$(4x - 6)^2 \geq (6x - 4)^2 \Leftrightarrow (4x - 6)^2 - (6x - 4)^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4x - 6 - (6x - 4))(4x - 6 + (6x - 4)) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-2x - 2)(10x - 10) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \cdot 10(x + 1)(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 1) \leq 0.$$

Решая неравенство методом интервалов, получаем:  $(x + 1)(x - 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ .

Ответ:  $[-1; 1]$ .

#### 15. Функции и их свойства. Графики функций.

Постройте график функции  $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$  и определите, при каких значениях  $k$  построенный график не будет иметь общих точек с прямой  $y = kx$ .

Решение.

1) Найдем область определения функции:

$$D(y): x^2 - 6x - 27 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 9)(x + 3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 9, \\ x \neq -3 \end{cases}$$

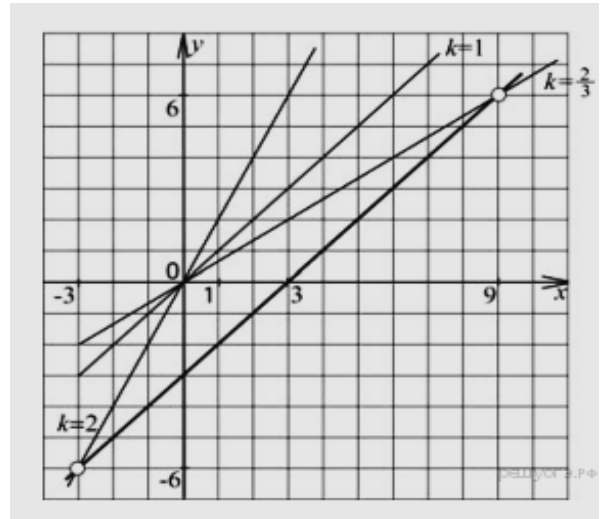
$$D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; +\infty)$$

2) Преобразуем функцию:

$$y = \frac{(x-9)(x-3)(x+3)}{(x-9)(x+3)} \Rightarrow (y = x - 3, x \neq -3, y \neq 9)$$

3) График — прямая  $y = x - 3$  без двух точек  $(-3; -6)$  и  $(9; 6)$ .

4) Прямая  $y = kx$  не будет иметь с построенной прямой общих точек, если она будет ей параллельна, т. е. при  $k = 1$ , и если она будет проходить через выколотые точки. Через первую из этих точек прямая  $y = kx$  проходит, если  $k = 2$ , а через вторую — если  $k = \frac{2}{3}$ .



Ответ:  $\frac{2}{3}$ ; 1; 2.